[G.N / 15] **ARABISCHE REPUBLIK ÄGYPTEN** [٥٤ / م] ث.ع / ث / ح

Ministerium für Erziehung und Unterricht

Oberschulabschlussprüfung 2015

[Das neue System – Zweite Prüfung]

Reine Mathematik [Algebra und Räumliche Geometrie] Zeit: 2 Stunden

الرياضيات البحتة [الجبر والهندسة الفراغية] باللغة الألمانية

تنبيه مهم : ١ - يسلم الطالب ورقة امتحانية باللغة العربية مع الورقة المترجمة .

٢ - الإجابات المتكررة عن أسئلة الاختيار من متعدد لن تقدر ويتم تقدير الإجابة الأولى فقط .

Bemerkung: **1.** Taschenrechner ist erlaubt

2. $\{1, \omega, \omega^2\}$ sind die Kubikwurzeln der ganzen Zahl Eins und $i^2 = -1$

Erstens:Beantworten Sie nur eine von der Fogenden zwei Aufgaben: **[الأسئلة فى صفحتين]**

Aufgabe 1: Ergänzen Sie die folgenden Aussagen (6 Punkte)

a) Wenn $^{25}C_{2r-14} = {}^{25}C_{r-1}$, dann ist der Wert von $r = \cdots\cdots\cdots$

b) Das System von Gleichungen: $kx + y + 3z = 9$, $2x + ky + 2z = 2$, $x + 2y + z = 1$ hat keine Lösung wenn $k = \cdots\cdots\cdots$

c) Wenn eine Gerade außerhalb einer Ebene parallel zu einer anderen Gerade in dieser Ebene ist, dann ist sie ………

d) ABCD ist ein Quadrat mit Seitenlänge 8 cm. $\overline{AM}$ wird senkrecht zur Ebene des Quadrats gezeichnet. Wenn $AM = 8\sqrt{3}$ cm ist, dann ist das Maß von dem Winkel zwischen $\overline{MB}$ und der Ebene ABCD gleich $\cdots\cdots\cdots^\circ$

e) Wenn die Summe von den Längen der Diagonalen eines Würfels gleich $24\sqrt{3}$ cm ist, dann ist die Oberfläche von einer Seite des Würfels gleich ………… cm^2.

f) MABCD ist eine viereckige rechtwinkllige Pyramide. Die Länge von ihrer Nebenhöhe ist gleich 5 cm. Wenn die Oberfläche ihrer Grundfläche gleich 36 cm^2 ist, dann ist ihre Höhe gleich ………… cm.

Aufgabe 2: Wählen Sie die richtige Antwort aus der gegebenen Lösungen aus: (6 Punkte)

a) Wenn $^9P_r : {}^9P_{r+1} = 1 : 7$, dann ist $r = \cdots\cdots\cdots$ [2 oder 3 oder 4 oder 5]

b) Wenn $1, \omega, \omega^2$ die Kubikwurtzeln der Zahl Eins sind und, $n \in \mathbb{Z}^+$, dann ist

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & \omega^n & \omega^{2n} \\ \omega^n & \omega^{2n} & 1 \\ \omega^{2n} & 1 & \omega^n \end{vmatrix}$$ gleich ………… [1 oder ω oder ω^2 oder 0]

c) Sei MABCD eine viereckige rechtwinklige Pyramide, dann ist die Schnittgerade der zwei Ebenen MBC und MAD …………

[$\overleftrightarrow{AD}$ oder $\overleftrightarrow{MB}$ oder eine Gerade geht durch den Punkt M und parallel zu $\overline{BC}$ oder eine Gerade geht durch den Punkt M und parallel zu $\overline{AB}$]

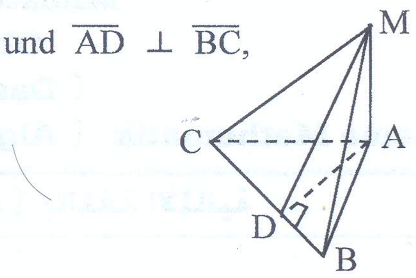
d) Wenn die Summe der Oberflächen der Seitenflächen einer regelmässigen dreieckigen Pyramide $= 100\sqrt{3}$ cm^2 ist, dann ist die Summe der Längen ihrer Seitenkanten gleich ………… cm

[60 oder $60\sqrt{2}$ oder $60\sqrt{3}$ oder 120]

[بقية الأسئلة فى الصفحة الثانية]

e) **<u>In der nebenstehenden Abbildung:</u>**

MABC ist eine dreieckige Pyramide. Wenn $\overline{MA} \perp$ Ebene ABC und $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, dann ist: $\overline{BC} \perp \cdots\cdots$



[$\overline{MB}$ oder $\overline{MC}$ oder $\overline{MD}$ oder $\overline{AC}$]

f) **<u>In der vorherigen Abbildung:</u>**

Wenn $m(\angle M - \overline{BC} - A) = 30^\circ$ ist, dann ist ………… .

[$MA = \sqrt{3}\,AD$ oder $AD = \sqrt{3}\,MA$ oder $MA = AD$ oder $MA = \frac{1}{2}\,AD$]

<u>Zweitens</u> : <u>Beantworten Sie die folgenden Aufgaben:</u>

<u>Aufgabe 3</u>: (8 Punkte)

a) (i) Wenn $n\,\underline{|n+2} = 60\,\underline{|n}$, finden Sie den Wert von n.

(ii) Beweisen Sie, dass: $(a + b\omega + a\omega^2)(a + b\omega^2 + a\omega^4) = (b - a)^2$

b) Lösen Sie die folgenden Gleichungen mit Hilfe der Cramer-Regel:

$2x + 3y - z = 0$, $x - 3y + 2z = 2$, $y + z = -2$

<u>Aufgabe 4</u>: (8 Punkte)

a) Finden Sie die zwei Quadratwurzeln von der Zahl $z = -3 + 4i$ ohne Transformation zu der trigonomerischen Form.

b) Ohne die Determinanten auszurechnen, beweisen Sie , dass:

$$\begin{vmatrix} \sqrt{13} + \sqrt{3} & 2\sqrt{5} & \sqrt{5} \\ \sqrt{26} + \sqrt{15} & 5 & \sqrt{10} \\ \sqrt{65} + 3 & \sqrt{15} & 5 \end{vmatrix} = 5\sqrt{3}\,(\sqrt{6} - 5)$$

<u>Aufgabe 5</u>: (8 Punkte)

a) X und Y sind zwei parallele Ebenen. M ist ein Punkt außerhalb der zwei Ebenen. Die Geraden $\overleftrightarrow{MA}$, $\overleftrightarrow{MC}$, $\overleftrightarrow{ME}$ weden gezeichnet , so dass sie die Ebene X in A, C, E und die Ebene Y in B, D, F beziehungsweise schneiden. Wenn $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{5}$ und AC = 4 cm, CE = 3 cm, AE = 5 cm, finden Sie den Umfang des Dreieckes BDF.

b) ABC ist ein Dreieck, in dem AB = AC = 13 cm, BC = 10 cm, M ist der Mittelpunkt von $\overline{BC}$. Wenn $\overline{AL}$ senkrecht zur Ebene des Dreieckes gezeichnet wird, so dass AL = 12 cm.

(i) Berechnen Sie die Länge von $\overline{AM}$ und beweisen Sie, dass $\overline{ML} \perp \overline{BC}$

(ii) Finden Sie $m(\angle A - \overleftrightarrow{BC} - L)$

(iii) Beweisen Sie, dass die Ebene LAM $\perp$ Ebene LBC

[انتهت الأسئلة]

Aufgabe (1): (6 Punkte): Einen Punkt für jeden Teil

(a)	13	1
(b)	3 order 4	1
(c)	Parallel zur Ebene	1
(d)	60	1
(e)	36	1
(f)	4	1

Aufgabe (2): (6 Punkte): Einen Punkt für jeden Teil.

(a) 2 — 1

(b) Null — 1

(c) Eine Gerade geht durch den Punkt M und parallel zu $\overline{BC}$ — 1

(d) 60 — 1

(e) $\overline{MD}$ — 1

(f) $AD = \sqrt{3}\ MA$ — 1

Aufgabe (3): (8 Punkte): (a) 4 Punkte, (b) 4 Punkte

(a) (i) $\because n\,\underline{|n+2} = 60\,\underline{|n}$

$\therefore n(n+1)(n+2)\underline{|n} = 60\,\underline{|n}$ **0,5**

$\therefore {}^{n+2}P_3 = 5 \times 4 \times 3 = {}^{5}P_3$ **1**

$\therefore n + 2 = 5 \quad \Longrightarrow \quad n = 3$ **0,5**

(ii) Die rechte Seite $= [a(1+\omega^2) + b\omega]\ [a(1+\omega) + b\omega^2]$ **0,5**

$= [b\omega - a\omega]\ [b\omega^2 - a\omega^2]$ **0,5**

$= \omega^3\,(b-a)\,(b-a)$ **0,5**

$= (b-a)^2$ **0,5**

(b) $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -14$ **1**

$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -14$ **0,5**

$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 14$ **0,5**

$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 14$ **0,5**

$\therefore x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 1$ **0,5** $, y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -1$ **0,5** $, z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = -1$ **0,5**

$\therefore S.S. = \{(1, -1, -1)\}$

(تراعى الحلول الأخرى)

Aufgabe (4): (8 Punkte): (a) 4 Punkte, (b) 4 Punkte

(a) Lassen wir $\sqrt{-3+4i} = x + iy$

$\therefore (x+iy)^2 = -3+4i$ **0,5**

$\therefore x^2 - y^2 + 2xy\, i = -3+4i$

$x^2 - y^2 = -3 \qquad \ldots\ldots (1)$ **0,5**

$2xy = 4 \qquad \ldots\ldots (2)$ **0,5**

$x^2 + y^2 = 5 \qquad \ldots\ldots (3)$ **0,5**

Addieren (1), (3) $\quad \therefore 2x^2 = 2 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 1$

$\therefore x = \pm 1$ **0,5**

Von (1), (3) durch die Subtraktion $\therefore 2y^2 = 8 \quad \Rightarrow \quad y^2 = 4$

$\therefore y = \pm 2$ **0,5**

$\because xy > 0 \qquad \therefore x, y$ haben das selbe Zeichnen

$\therefore \sqrt{-3+4i} = \pm(1+2i)$ **1**

(b) $\Delta = \begin{vmatrix} \sqrt{13} & 2\sqrt{5} & \sqrt{5} \\ \sqrt{26} & 5 & \sqrt{10} \\ \sqrt{65} & \sqrt{15} & 5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sqrt{3} & 2\sqrt{5} & \sqrt{5} \\ \sqrt{15} & 5 & \sqrt{10} \\ 3 & \sqrt{15} & 5 \end{vmatrix}$ **1**

$= \sqrt{13} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \sqrt{2} & \sqrt{5} & \sqrt{2} \\ \sqrt{5} & \sqrt{3} & \sqrt{5} \end{vmatrix}$ **0.5** $+ \sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \sqrt{5} & \sqrt{5} & \sqrt{2} \\ \sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{5} \end{vmatrix}$ **0,5** $C_1 \rightarrow C_1 - C_2$

$= 0 + 5\sqrt{3} \begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & \sqrt{5} & \sqrt{2} \\ 0 & \sqrt{3} & \sqrt{5} \end{vmatrix}$ **1** $\quad R_3 \rightarrow R_3 - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} R_2$

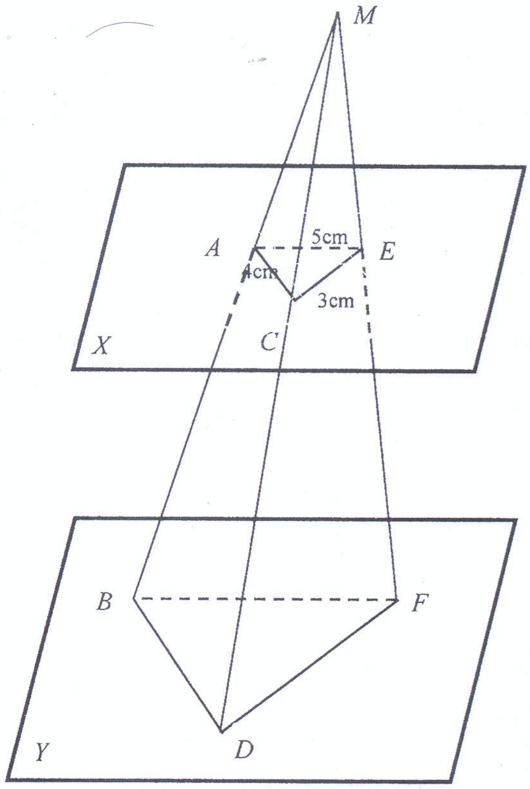
$= 5\sqrt{3} \begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & \sqrt{5} & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & \sqrt{5} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} \end{vmatrix}$ **0,5**

$= -5\sqrt{3} \times \sqrt{5} \left(\sqrt{5} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\right)$

$= 5\sqrt{3}\ (\sqrt{6} - 5)$ **0,5**

(تراعى الحلول الأخرى)

Aufgabe (5): (8 Punkte): (a) 4 Punkte, (b) 4 Punkte



0,5 für die Zeichnung

a) $\because$ Ebene X // Ebene Y

und Ebene MBD schneidet ihnen

$\therefore \overline{AC} \,//\, \overline{BD}$

$\therefore \frac{AC}{BD} = \frac{MA}{MB} = \frac{2}{5}$ …… (1) **1**

Ähnlich $\overline{CE} \,//\, \overline{DF}$

$\therefore \frac{CE}{DF} = \frac{MC}{MD} = \frac{MA}{MB} = \frac{2}{5}$ …… (2)

Auch $\overline{AE} \,//\, \overline{BF}$

$\therefore \frac{AE}{BF} = \frac{MA}{MB} = \frac{2}{5}$ …… (3) **0,5**

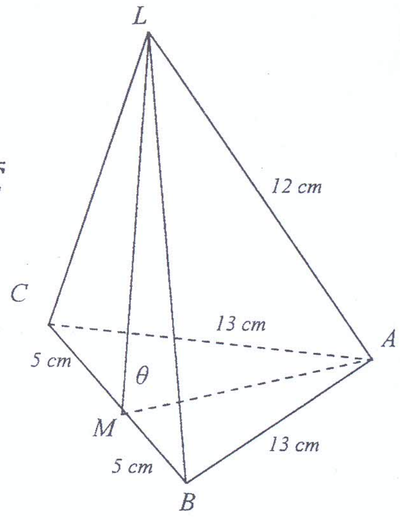
Von (1), (2), (3) $\therefore \frac{AC}{BD} = \frac{CE}{DF} = \frac{AE}{BF} = \frac{2}{5}$

$\therefore \triangle ACE \sim \triangle BDF$ **0,5**

$\therefore \frac{\text{Umfang } (\triangle ACE)}{\text{Umfang } (\triangle BDF)} = \frac{2}{5}$ **0,5**

$\therefore \frac{12}{\text{Umfang } (\triangle BDF)} = \frac{2}{5}$

$\therefore \text{Umfang } (\triangle BDF) = \frac{5\times 12}{2} = 30\ cm$ **1**



0,5 Für die Zeichnung

b) (i) $\because AB = AC, M$ ist der Mittelpunkt von $\overline{BC}$

$\therefore \overline{AM} \perp \overline{BC}$ $\therefore AM = \sqrt{(13)^2 - (5)^2}$

$\therefore AM = 12\ cm$ **0,5**

$\because \overline{LA} \perp$ Ebene $ABC, \overline{LM}$ neigt und ihre Projektion $\overline{AM} \perp \overline{BC}$

$\therefore \overline{LM} \perp \overline{BC}$ **0,5**

(ii) $\therefore \angle LMA$ ist ein Ebenewinkel für den Keilwinkel

$A - \overleftrightarrow{BC} - L$ **0,5**

$\therefore \tan\theta = \frac{LA}{AM}$ **0,5**

$\therefore \tan\theta = \frac{12}{12} = 1$

$\therefore \theta = 45^\circ$ **0,5**

(iii) $\because \overline{BC} \perp$ den beiden $\overline{AM}, \overline{LM}$

$\therefore \overline{BC} \perp$ Ebene LAM **0,5**

$\because \overline{BC} \subset$ Ebene LBC $\therefore$ Ebene $LBC \perp$ Ebene LAM **0,5**

(تراعى الحلول الأخرى)

انتهى نموذج الإجابة